

Пример исследовательской задачи для профильного уровня олимпиады «Математика НОН-СТОП»:

Шаловливые связисты.

Два связиста играют в игру по следующим правилам: имеется n телефонных узлов, и связисты по очереди соединяют кабелями два из них по своему выбору. Выигрывает тот, после хода которого можно будет с любого узла дозвониться до любого другого (может быть, через несколько промежуточных).

1. Выясните, кто выиграет, при $n=4, 5, 6, 7$ — начинающий или его партнер?
2. Каков ответ при произвольном n ?
3. Рассмотрите видоизмененные варианты игры. Например, если игрок, связавший все узлы, проигрывает. Ответьте на поставленные вопросы для такой игры. А если все узлы изначально связаны друг с другом и связисты по очереди убирают по одному соединению? Игрок, нарушивший связь, проигрывает. Проанализируйте такую игру.